

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ГЕНЕРАТОРНОМ ПОВЕДЕНИИ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

Проведено теоретичне дослідження динамічних процесів, які проходять у стержневих п'єзокрементах при їх генераторній поведінці. Визначаються значення функцій хвильного поля та вихідних характеристик генератора.

RESEARCH OF DYNAMIC PROCESSES AT GENERATING BEHAVIOUR OF PIEZOELEMENTS

Theoretical investigation of dynamical processes taking part in rod piezoelements during their generator conduct is carried out. The meaning of the wave field function and exit characteristics of a generator is determined.

Пьезокристаллические преобразователи энергии с активными элементами из пьезокерамики – пьезогенераторы находят широкое применение в различных устройствах современной техники. Надежность и эффективность работы таких преобразователей существенно зависит от характера волновых процессов, протекающих в пьезоэлементах. Поэтому, создание теоретических основ расчета пьезогенераторов представляет собой актуальную задачу.

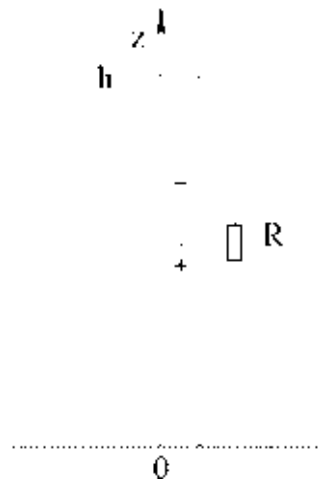


Рис. 1

Пусть пьезокерамический стержень длины h , предварительно поляризованный по оси OZ находился в ненагруженном состоянии. Торцевые поверхности стержня ($z = 0, z = h$) полностью покрыты электродами, замкнутыми через постоянное сопротивление R (рис. 1). Один торец ($z = 0$) жестко закреплен, другой ($z = h$) в начальный момент времени ($t = 0$) начинает перемещаться вдоль оси OZ по известному закону

$$u(z = h, t) = f(t). \quad (1)$$

Волновой процесс, появляющийся в стержне, описывается следующей системой уравнений [1, 2].

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \sigma = \frac{1}{s} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{d}{s} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \\ D &= -(1-k^2)\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{d}{s} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial D}{\partial z} = 0.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь $u = u_z(z, t)$, $\sigma = \sigma_z(z, t)$ и $D = D_z(t)$ - соответственно составляющие механических перемещений, нормальных напряжений и электрической индукции; $\psi = \psi(z, t)$ - скалярный потенциал электрического поля; ρ - плотность материала; $d = d_{33}$ - пьезоэлектрическая постоянная; $s = s_{33}^E$ - упругая податливость при нулевом электрическом поле; $\varepsilon = \varepsilon_{33}^T$ - диэлектрическая проницаемость при нулевых напряжениях; t - координата времени; $k = k_{33} = \frac{d}{\sqrt{s \cdot \varepsilon}}$ - продольный коэффициент электромеханической связи.

Выбирая в качестве искоемых независимых функций $u(z, t)$ и $\psi(z, t)$, уравнения (2) сведем к следующим:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \chi \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.\quad (3)$$

Здесь a - скорость распространения волн в пьезоэлементе, χ - электроупругий коэффициент. Они определяются по формулам

$$a^2 = \frac{1}{s(1-k^2)\rho}, \quad \chi = \frac{d}{s\varepsilon - d^2}$$

Начальные условия задачи запишутся так

$$u(z, t=0) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0,\quad (4)$$

а граничными условиями будут

$$\begin{aligned}u=0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z=0} &= 0, \quad \psi=0, \quad \text{где } z=0; \\ u=f(t), \quad \text{где } z=h\end{aligned}\quad (5)$$

Для получения замкнутой системы условия (3)-(5) дополним законом Ома [3]

$$\Psi(z = h, t) - \Psi(z = 0, t) = R \cdot S \cdot \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (6)$$

(S - площадь поперечного сечения стержня)

Решаем задачу (3)-(6) применяя интегральное преобразование Лапласа [4].
Переход в область оригиналов осуществляем, используя метод, описанный в работе [2].

В итоге для механических перемещений и электростатического потенциала получим следующие соотношения:

$$u(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [f(\bar{t} + \bar{z} - 1 - 2n) \cdot H(\bar{t} + \bar{z} - 1 - 2n) - f(\bar{t} - \bar{z} - 1 - 2n) \cdot H(\bar{t} - \bar{z} - 1 - 2n)] \quad (7)$$

$$\Psi(z, t) = \psi[u(u, t) - \bar{z}v \int_0^{\bar{t}} f(\tau) e^{-v(\bar{t}-\tau)} d\tau]$$

Здесь: $\bar{t} = \frac{at}{h}$, $\bar{z} = \frac{z}{h}$ - безразмерные параметры,

$v = h^2 / [(aRS(1 - k^2)\epsilon)]$, $H(t)$ - единичная функция Хевисайда [4].

По уравнениям (2) найдем остальные характеристики волнового поля:

$$\sigma(z, t) = \frac{1}{(1 - k^2)sh} \left[\frac{\partial u}{\partial z} - k^2 v \int_0^{\bar{t}} f(\tau) e^{-v(\bar{t}-\tau)} d\tau \right] \quad (8)$$

$$D(t) = \frac{dv}{sh} \int_0^{\bar{t}} f(\tau) \cdot e^{-v(\bar{t}-\tau)} d\tau$$

Рассмотрим нарастающее сжатие стержня. Функцию (1) всегда можно приближенно представить в виде линейной комбинации степенных функций t^n .

В качестве примера возьмем:

$$u(z = h, t) = f(t) = -u_0 \frac{\bar{t}^2}{2}.$$

Анализируя решение (7), (8) заметим, что все значения волновых характеристик растут с ростом t до пределов, обусловленных прочностью (механической и электрической) пьезокерамики. Следует отметить, что даже кратковременное ($\approx 3 \cdot 10^{-3}$ с) использование пьезогенераторов при высоких нагрузениях приводит к значительной деполяризации материала.

Поэтому, для более полного соответствия полученного решения задачи сле-

дует рассматривать нагрузки меньшие критических на $10^1 \div 10^2$ порядков.

Заметим, что значения механических напряжений практически не зависят от величины электрического сопротивления R и площади поперечного сечения стержня S . Иначе обстоит дело с разностью потенциалов $\Delta\Psi$. Для пьезокерамического стержня из материала PZT-4 [5] высоты $h = 5 \cdot 10^{-2}$ м, площади поперечного сечения $S = 10^{-4}$ м² были получены следующие предельные значения:

$$u_0 = 10^{-10} \text{ м}, \quad \max \Delta\Psi = 5,4 \cdot 10^4 \text{ В}, \quad R \geq 10^9 \text{ Ом};$$

$$\max \Delta\Psi = 180 \text{ В}, \quad R = 10^5 \text{ Ом};$$

$$u_0 = 10^{-6} \text{ м}, \quad \max \Delta\Psi = 5,4 \cdot 10^4 \text{ В}, \quad R \geq 10^7 \text{ Ом};$$

$$\max \Delta\Psi = 1,8 \cdot 10^4 \text{ В}, \quad R = 10^5 \text{ Ом}.$$

Итак, с увеличением скорости перемещения торца в $10^{2n} 10^{2n}$ раз предельные значения электрического поля возрастают в 10^n раз, а для больших сопротивлений и разомкнутых электродов остаются прежними.

Таким образом, описанный вид возбуждения элемента позволяет получать значительные напряжения и его можно использовать в качестве искрового генератора разового действия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Улитко А.Ф. К теории колебаний пьезокерамических тел / Тепловые напряжения в элементах конструкций. - 1975. - Вып.15. - С.90 - 98.
2. Баженов В.М. О возбуждении волновых импульсов в составном стержне с активным пьезокерамическим элементом // Прикл. Механика. - 1989. - 25.-№ 5. - С. 90 - 97.
3. Тамм И.Е. Основы теории электричества.- М.: Наука, 1976. - 616 с.
4. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление. - М.: Высш. шк., 1966. - 406 с.
5. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы, их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. - М.: Мир, 1966.-Т.1, ч. А. - С. 204-326.